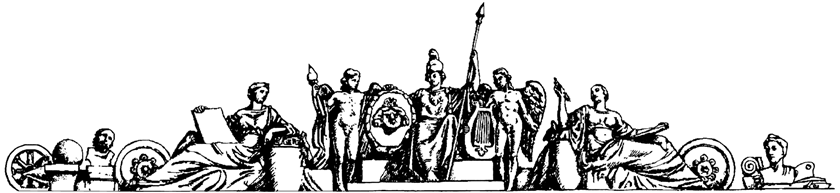
****

Министерство образования и науки Российской Федерации  
Федеральное государственное образовательное учреждение   
высшего профессионального образования  
«Московский государственный технический университет имени Н.Э. Баумана»

Кафедра "Космические аппараты и ракеты-носители"

Дисциплина «Динамика летательных аппаратов»

Домашнее задание №1

**Вариант №5**

Студент: Зацепин Матвей Геннадьевич

Группа: СМ1-81

Москва, 2024 год.

# ЗАДАНИЕ

1. Для заданного варианта определить две первые собственные частоты упругих поперечных колебаний корпуса ракеты.
2. Построить эпюры формы упругой линии и угла поворота сечений для каждого тона колебаний сечения.
3. Построить эпюры изгибающих моментов и поперечных сил.
4. Выполнить пункты №1 и №2 для полностью заправленной ракеты (момент старта) и «сухой» ракеты (момент выключения ДУ при стрельбе на максимальную дальность).
5. Вычислить значения приведенных масс для расчетных случаев.

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| Порядковый номер в  журнале старосты | Схема ракеты | Номер варианта |
| 5 | I | 3 |

Таблица 1 – Исходные данные

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| №вар. | Координаты сечения [м] | | | | | | | | |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| 3.0 | 2.0 | 4.0 | 5.0 | 8.0 | 12.0 | 14.0 | 16.0 | 18.0 | 19.5 | 1.0 | 0.8 | 1.5 |

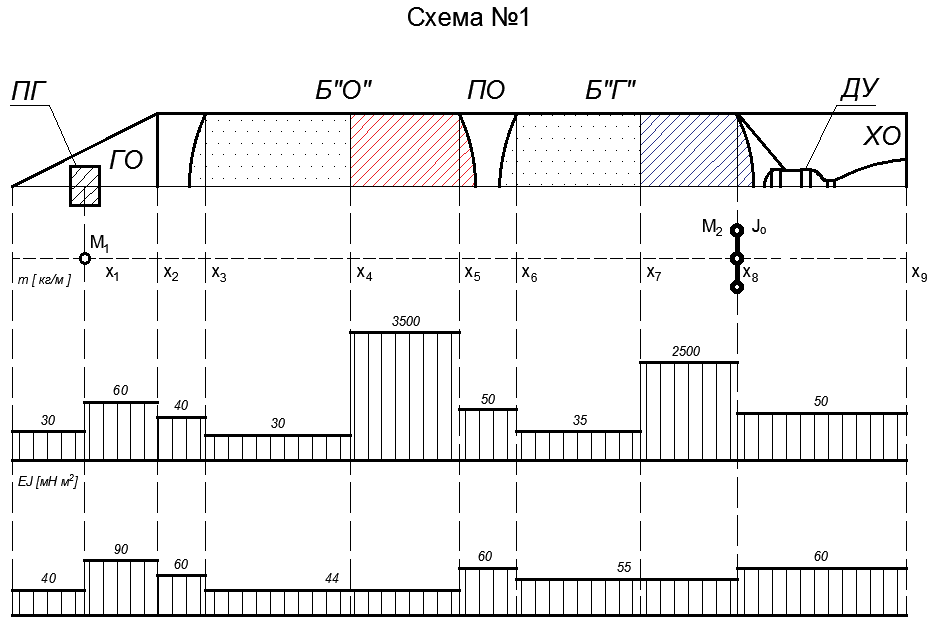


Рис.1 – Схема №1 (исходные данные)

# РЕШЕНИЕ

# 1. Определение собственных частот упругих поперечных колебаний

Дифференциальное уравнение поперечных колебаний для i-го участка будет иметь вид:

|  |  |
| --- | --- |
| Здесь – форма прогиба балки |  |

Введем коэффициент форм колебаний :

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Произведем замену в уравнении 1:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Известно, что решение данного уравнения удобно искать в определенной форме, а именно – в виде линейной комбинации так называемых функций Крылова:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Где балочные **функции Крылова** имеют вид:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Введем вектор форм колебаний:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
| При этом компоненты вектора формы колебаний описывают: |  |

Численное решение будет строиться на **методе Начальных параметров.** Его суть состоит в том, что мы выражаем формы колебания каждого участка через форму 1 участка, составляя матрицы стыковки.

Рассмотрим условия стыка:

1.Изменение погонных масс и жесткостей

Если на стыках участков имеется только изменение только погонных масс и жесткостей, то условие стыка примет вид:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Условие связи вектора формы в произвольной точке участка с вектором формы в начале участка будет иметь вид:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Где матрица А имеет вид:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

2. Наличие сосредоточенной массы и момента инерции:

Рассмотрим получение матрицы перехода через стык в случае наличия сосредоточенной массы и момента инерции, в связи с креплением ДУ в карданном подвесе, а не в шарнире:

Перепишем условия стыковки таким образом, чтобы получить матрицу перехода на стыке двух участков. Из условия неразрывности ракеты при переходе от одного участка к другому:

|  |  |
| --- | --- |
|  | (10) |
|  | (11) |
|  |  |

Запишем уравнение равновесия для элементарного участка, в середине которого действует сила от сосредоточенной массы и момент от момента инерции:

Уравнение для моментов:

|  |  |
| --- | --- |
| Так как то |  |
|  | (12) |
|  |  |

Аналогично для поперечных сил:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  | (13) |

Объединив условия 10-13, получим интересующие нас матрицы стыковки, с учетом участка 8

|  |  |
| --- | --- |
|  | (14) |
|  | (15) |

Для остальных стыков матрицы **будут единичными.**

Форму i-го участка можно выразить через форму начала первого участка с помощью следующего выражения:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Введем матрицу Р:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

С учетом введенной матрицы перезапишем выражение (16):

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Перепишем это выражение для каждой строки матрицы, преобразуя к скалярному виду:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

где коэффициенты матрицы Р, зависящие от частоты колебаний ω.

– представляет собой конкретную форму, содержащуюся в матрице форм колебаний.

Граничные условия на концах ракеты, так как на них отсутствует какое-либо закрепление, будут иметь вид:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Полученное ранее скалярное выражение c учетом граничных условий будет иметь вид:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Для того, чтобы система имела нетривиальное решение, система из 2 последних уравнений системы должна иметь нетривиальное решение, то есть ее определитель должен равняться 0:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Приведенный алгоритм численного метода начальных параметров был реализован в программной среде Mathcad Prime 9.0.0.0. Распечатка с кодом из Mathcad прилагается.

Полученные значения частот представлены в таблице:

Таблица 2 – собственные частоты для различных расчетных случаев:

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Номер тона | Ракета, заданная номером варианта | Сухая ракета | Полностью заполненная ракета |
|  | 17,571 | 0 |  |
|  | 68,909 | 49,666 | 73,182 |

# 2. Построение эпюр формы упругой линии и угла поворота сечений для каждого тона колебаний сечения

Из 3-го или 4-го уравнения системы (21) получим:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Положим так как находимое нетривиальное решение есть бесконечное множество наборов чисел, удовлетворяющих системе с точностью до множителя. Тогда вектор формы для начала 1-ого участка с учетом выражения (23) и граничных условий будет иметь вид:

Форма собственных колебаний имеет вид согласно первому уравнению системы:

С учетом соотношения (23) форму колебаний можно записать следующим образом:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

где и коэффициенты матрицы :

Причем коэффициенты и должны вычисляться для каждого участка стержня, собственные формы колебаний строятся по уравнению (24) от начала стержня (корпуса ракеты) по участкам до конца

Форма угла поворота определяется уравнением:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Получим графики форм упругой линии и форм угла поворота для 2 тонов в программном комплексе Mathcad Prime 9.0.0.0

# 3. Построение эпюр изгибающих моментов и поперечных сил

Форма изгибающего момента, согласно той же системе уравнений и соотношению (23) определяется уравнением:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

Аналогично форма поперечных сил определяется уравнением:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |

Результаты для трех случаев приведены в приложениях. (Заправленной не до конца, сухой, полностью заправленной ракеты).

# 4. Построение формы упругой линии и угла поворота сечений для полностью заполненной ракеты

Для полностью заполненной ракеты, как и для других двух случаев, справедливы все выкладки, записанные выше. Заполним табличные данные, соответствующие заправленной ракете так как

Таблица 3 – Исходные данные для полностью заполненной ракеты

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Результаты для трех случаев приведены в приложениях.

# 5.Построение формы упругой линии и угла поворота сечений для сухой ракеты

Для сухой ракеты, как и для других двух случаев, справедливы все выкладки, записанные выше. Заполним табличные данные, соответствующие сухой ракете:

Таблица 2 – Исходные данные для **сухой** ракеты

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |

Результаты для трех случаев приведены в приложениях.

# 6. Вычисление значений приведённых масс для конкретных случаев

Вычисление приведенной массы производится по следующему принципу:

|  |  |
| --- | --- |
|  |  |
|  |  |

– представляет собой распределение погонной массы по длине ракеты.

Легко догадаться о следующем: так как собственных частот две, то и погонных масс будет тоже два различных значения, соответствующих своим собственным частотам:

Таблица 4 – Сводные данные для трех ракет

|  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- |
| Приведеннаямасса | Ракета, заданная номером варианта | Сухая ракета | Полностью заполненная ракета |
|  |  | 3275 | 806 |
|  |  | 773 | 1837 |